**VIZSGAKÖVETELMÉNYEK**

**MATEMATIKA**

1. Alap óra
2. Emelt óraszám

**1. Alap óra**

**9. évfolyam (alap óra)**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

– Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.

– Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.

– Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.

*Számtan, algebra*

– Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.

– Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.

– Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.

– A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

*Összefüggések, függvények, sorozatok*

– A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.

– A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).

– Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.

– Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.

– Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.

– A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta- rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

*Geometria*

– Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.

– Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.

– A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.

– Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület).

– Szimmetria ismerete, használata.

– Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).

– Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.

– Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.

– Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.

– Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.

– A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.

– A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.

– A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

*Valószínűség, statisztika*

– Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.

– Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.

– Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.

* A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni.

**10. évfolyam (alap óra)**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

– Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.

– Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.

– Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.

– Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

*Számtan, algebra*

– Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.

– Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.

– Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.

– Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.

– A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

*Összefüggések, függvények, sorozatok*

– A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).

– Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása

– Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.

*Geometria*

– A körrel kapcsolatos ismeretek bővülésének hatása elméleti és gyakorlati számításokban.

– A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete.

– Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).

– Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.

– Vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.

– A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.

– A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.

– A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

*Valószínűség, statisztika*

– Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.

– Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.

– Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.

– Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.

– A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.

**11. évfolyam (alap óra)**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

– A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.

– A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.

– Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.

– Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.

– A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.

– A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.

– A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani,.

– A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

*Számtan, algebra*

– A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.

– A logaritmus fogalmának ismerete.

– A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.

– Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.

– A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.

– Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

*Összefüggések, függvények, sorozatok*

– Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.

– Függvénytranszformációk végrehajtása.

– Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.

– Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.

– Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

*Geometria*

– Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.

– A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.

– A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.

– Hosszúság és szög kiszámítása.

– Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.

– Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.

– A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

### *Valószínűség, statisztika*

– A valószínűség matematikai fogalma.

– A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.

– Mintavétel és valószínűség.

– A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.

**12. évfolyam (alap óra)**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

– A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben.

– Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.

– Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.

– A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.

– A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.

*Összefüggések, függvények, sorozatok*

– A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.

*Geometria*

– A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.

– A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.

– Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében.

### *Valószínűség, statisztika*

– Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.

– A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.

– Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

*Összességében*

– A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.

– Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.

– Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.

– Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

– Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.

– A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.

– A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.

– A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.

– A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit,

legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

**2. Emelt óraszám**

**9. évfolyam**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

* Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra.
* Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete.
* Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
* Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.

*Számelmélet, algebra*

* Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása.
* Számok normálalakja, normálalakkal végzett műveletek alkalmazása.
* Oszthatóság, a számelmélet alaptétele, alkalmazása.
* Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös ismerete, alkalmazása.
* Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete.
* Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
* A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, gyökös egyenletek megoldása.
* Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása.
* A számológép használata.

*Geometria*

* Térelemek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése.
* Nevezetes ponthalmazok rendszerezése, alkalmazása.
* A kör és részeinek ismerete.
* Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintő­négyszögek tételei).
* Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
* Egybevágó alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
* Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
* Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
* A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazása.

*Függvények, sorozatok*

* A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás.
* A négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése.
* Függvénytranszformációk elvégzése.
* Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

**10. évfolyam**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

* Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete.
* Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
* Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.
* Konstrukciós feladatok megoldása, lehetetlenség bizonyítása.
* Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.
* Kombinatorikai problémák rendezése

*Számelmélet, algebra*

* Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete.
* A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, gyökös egyenletek megoldása.
* Másodfokú, és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása.
* Másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-problémák megoldása.
* Nevezetes közepek alkalmazása szélsőérték-problémák megoldásában.
* A számológép használata.
* A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.
* A logaritmus fogalmának ismerete.
* A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.
* Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
* Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
* Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.

*Geometria*

* Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintő­négyszögek tételei).
* Hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
* Hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
* Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
* Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása.

*Függvények, sorozatok*

* A négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése.
* Függvény transzformációk elvégzése.
* Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
* Exponenciális folyamatok matematikai modellje.

*Valószínűség, statisztika*

* Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
* A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.
* Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.

**11. évfolyam**

*Számelmélet, algebra*

* Addíciós tételek ismerete
* Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
* Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.

*Geometria*

* Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
* Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata.
* Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
* A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
* Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
* Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

*Függvények, az analízis elemei*

* Trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
* Függvénytranszformációk.
* A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
* Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
* Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
* A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.

**12. évfolyam**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

* Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.
* A kombinatorikai problémák rendszerezése.
* Bizonyítási módszerek áttekintése.
* A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.

*Geometria*

* A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása, geometriai feladatok algebrai megoldása.
* Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
* Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

*Függvények, az analízis elemei*

* A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
* A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
* Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében.
* Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.

*Valószínűség, statisztika*

* Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
* A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.
* Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.