**VIZSGAKÖVETELMÉNYEK**

**MATEMATIKA**

1. Alap óra
2. Emelt óraszám

**1. Alap óra**

**9. évfolyam (alap óra)**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

 – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete.

 – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.

 – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.

*Számtan, algebra*

 – Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.

 – Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.

 – Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.

 – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

*Összefüggések, függvények, sorozatok*

 – A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.

 – A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).

 – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.

 – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.

 – Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.

 – A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta- rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

*Geometria*

 – Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.

 – Nevezetes ponthalmazok ismerete, szerkesztésük.

 – A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.

 – Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület).

 – Szimmetria ismerete, használata.

 – Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).

 – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.

 – Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.

 – Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.

 – Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.

 – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.

 – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.

 – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

*Valószínűség, statisztika*

 – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.

 – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.

 – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának értelmezése, meghatározása.

* A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni.

 **10. évfolyam (alap óra)**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

 – Értsék, és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben.

 – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.

 – Egyszerű összeszámlálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.

 – Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

*Számtan, algebra*

 – Másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.

 – Másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.

 – Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.

 – Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.

 – A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

*Összefüggések, függvények, sorozatok*

 – A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).

 – Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása

 – Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.

*Geometria*

 – A körrel kapcsolatos ismeretek bővülésének hatása elméleti és gyakorlati számításokban.

 – A hasonlósági transzformáció és tulajdonságainak ismerete.

 – Hasonló alakzatok; két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).

 – Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel és a hegyesszögek szögfüggvényeivel; magasságtétel és befogótétel ismerete.

 – Vektor felbontása, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.

 – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődik a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.

 – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.

 – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

*Valószínűség, statisztika*

 – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.

 – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.

 – Véletlen esemény, elemi esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.

 – Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.

 – A valószínűségszámítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődik. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét a klasszikus modell alapján.

 **11. évfolyam (alap óra)**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

 – A kombinatorikai problémához illő módszer önálló megválasztása.

 – A gráfok eszközjellegű használata problémamegoldásában.

 – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.

 – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.

 – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.

 – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.

 – A tanulók a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani,.

 – A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban is.

*Számtan, algebra*

 – A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.

 – A logaritmus fogalmának ismerete.

 – A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben probléma megoldása céljából.

 – Egyszerű exponenciális és logaritmusos egyenletek felírása szöveg alapján, az egyenletek megoldása, önálló ellenőrzése.

 – A mindennapok gyakorlatában szereplő feladatok megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.

 – Számológép értelmes használata a feladatmegoldásokban.

*Összefüggések, függvények, sorozatok*

 – Trigonometrikus függvények értelmezése, alkalmazása.

 – Függvénytranszformációk végrehajtása.

 – Exponenciális függvény és logaritmusfüggvény ismerete.

 – Exponenciális folyamatok matematikai modelljének megértése.

 – Az új függvények ismerete és jellemzése kapcsán a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

*Geometria*

 – Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében.

 – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.

 – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.

 – Hosszúság és szög kiszámítása.

 – Két vektor skaláris szorzatának ismerete, alkalmazása.

 – Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták ismerete, alkalmazása.

 – A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör és egyenes egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.

### *Valószínűség, statisztika*

 – A valószínűség matematikai fogalma.

 – A valószínűség klasszikus kiszámítási módja.

 – Mintavétel és valószínűség.

 – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.

 **12. évfolyam (alap óra)**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

 – A logikai műveletek megfelelő alkalmazása a matematikában és a hétköznapi életben.

 – Bizonyított és nem bizonyított állítás közötti különbség megértése.

 – Feltétel és következmény biztos felismerése a következtetésben.

 – A szövegben található információk önálló kiválasztása, értékelése, rendezése problémamegoldás céljából.

 – A szöveghez illő matematikai modell elkészítése.

*Összefüggések, függvények, sorozatok*

 – A számtani és a mértani sorozat összefüggéseinek ismerete, gyakorlati alkalmazások.

*Geometria*

 – A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.

 – A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.

 – Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében.

### *Valószínűség, statisztika*

 – Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.

 – A mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni.

 – Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

*Összességében*

 – A matematikai tanulmányok végére a matematikai tudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.

 – Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.

 – Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.

 – Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

 – Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.

 – A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.

 – A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.

 – A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.

 – A középfokú matematikatanulás lezárásakor rendelkezzenek a matematika alapvető kultúrtörténeti ismereteivel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit,

legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

**2. Emelt óraszám**

 **9. évfolyam**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

* Halmazműveletek alkalmazása számhalmazokra, ponthalmazokra.
* Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete.
* Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
* Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.

*Számelmélet, algebra*

* Racionális és irracionális számok, a valós számok halmazának szemléletes fogalma, véges és végtelen tizedes törtek, számegyenes alkalmazása.
* Számok normálalakja, normálalakkal végzett műveletek alkalmazása.
* Oszthatóság, a számelmélet alaptétele, alkalmazása.
* Legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös ismerete, alkalmazása.
* Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete.
* Algebrai kifejezésekkel végzett műveletek, azonosságok alkalmazása.
* A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, gyökös egyenletek megoldása.
* Elsőfokú egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása.
* A számológép használata.

*Geometria*

* Térelemek ismerete, távolság és szög fogalma, mérése.
* Nevezetes ponthalmazok rendszerezése, alkalmazása.
* A kör és részeinek ismerete.
* Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintő­négyszögek tételei).
* Egybevágósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
* Egybevágó alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
* Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
* Háromszögek, négyszögek, sokszögek szögei, nevezetes vonalainak, köreinek ismerete. Az ismeretek alkalmazása számítási, szerkesztési és bizonyítási feladatokban.
* A Pitagorasz-tétel és a Thalész-tétel alkalmazása.

*Függvények, sorozatok*

* A függvény fogalmának mélyülése. Új függvényjellemzők ismerete: korlátosság, periodicitás.
* A négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése.
* Függvénytranszformációk elvégzése.
* Mindennapjainkhoz, más tantárgyakhoz kapcsolódó folyamatok elemzése a megfelelő függvény grafikonja alapján.

 **10. évfolyam**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

* Logikai műveletek és tulajdonságaik ismerete.
* Definíció, tétel felismerése, az állítás és megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése.
* Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és skatulyaelv alkalmazása feladatmegoldás során.
* Konstrukciós feladatok megoldása, lehetetlenség bizonyítása.
* Gráfok használata gondolatmenet szemléltetésére.
* Kombinatorikai problémák rendezése

*Számelmélet, algebra*

* Prímekre vonatkozó tételek, sejtések ismerete.
* A gyökvonás fogalmának ismerete, a gyökvonás azonosságainak alkalmazása, gyökös egyenletek megoldása.
* Másodfokú, és másodfokúra visszavezethető egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok megoldása.
* Másodfokú függvényekre vezető szélsőérték-problémák megoldása.
* Nevezetes közepek alkalmazása szélsőérték-problémák megoldásában.
* A számológép használata.
* A kiterjesztett gyök-, és hatványfogalom ismerete.
* A logaritmus fogalmának ismerete.
* A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak alkalmazása konkrét esetekben, probléma megoldása céljából.
* Exponenciális és logaritmusos egyenletek megoldása, ellenőrzése.
* Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
* Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.

*Geometria*

* Körrel kapcsolatos tételek alkalmazása (kerületi és középponti szögek tétele, húrnégyszögek és érintő­négyszögek tételei).
* Hasonlósági transzformációk ismerete, alkalmazása szerkesztési és bizonyítási feladatokban, a művészetekben való alkalmazás ismerete.
* Hasonló alakzatok tulajdonságainak ismerete, alkalmazása.
* Vektor fogalmának, vektorműveleteknek az ismerete. Vektorfelbontás, vektorkoordináták meghatározása adott bázisrendszerben.
* Hegyesszögek szögfüggvényeinek értelmezése, számolás szögfüggvényekkel. Szögfüggvények közötti összefüggések ismerete, alkalmazása.

*Függvények, sorozatok*

* A négyzetgyök függvény ábrázolása, jellemzése.
* Függvény transzformációk elvégzése.
* Exponenciális-, logaritmus- és a trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
* Exponenciális folyamatok matematikai modellje.

*Valószínűség, statisztika*

* Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
* A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.
* Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata. A műveletek elvégzése az eseménytérben.

 **11. évfolyam**

*Számelmélet, algebra*

* Addíciós tételek ismerete
* Trigonometrikus egyenletek megoldása, az azonosságok alkalmazása, az összes gyök megtalálása.
* Egyenletek ekvivalenciájának áttekintése.

*Geometria*

* Vektorok a koordináta-rendszerben, helyvektor, vektorkoordináták.
* Két vektor skaláris szorzata, vektoriális szorzata.
* Jártasság a háromszögek segítségével megoldható problémák önálló kezelésében, szinusztétel, koszinusztétel alkalmazása.
* A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, kör, egyenes, parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
* Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
* Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

*Függvények, az analízis elemei*

* Trigonometrikus függvények értelmezése, ábrázolása, jellemzése.
* Függvénytranszformációk.
* A számtani és a mértani sorozat. Rekurzív sorozatok.
* Pénzügyi alapfogalmak ismerete, pénzügyi számítások megértése, reprodukálása, kamatos kamatszámítás elvégzése.
* Sorozatok vizsgálata monotonitás, korlátosság, határérték szempontjából. Véges és végtelen sorok összegzése.
* A függvények vizsgálata, jellemzése elemi eszközökkel és differenciálszámítás használatával.

 **12. évfolyam**

*Gondolkodási és megismerési módszerek*

* Halmazok számosságával kapcsolatos ismeretek áttekintése.
* A kombinatorikai problémák rendszerezése.
* Bizonyítási módszerek áttekintése.
* A gráfok eszköz jellegű használata probléma megoldásában.

*Geometria*

* A geometriai és algebrai ismeretek közötti kapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása, geometriai feladatok algebrai megoldása.
* Térbeli viszonyok, testek felismerése, geometriai modell készítése.
* Távolság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

*Függvények, az analízis elemei*

* A tanult tételek pontos ismerete, alkalmazásuk feladatmegoldásokban.
* A valós problémákhoz geometriai modell alkotása.
* Kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása speciális síkidomok és testek esetében.
* Az integrálszámítás használata, gyakorlati alkalmazása.

*Valószínűség, statisztika*

* Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
* A valószínűség matematikai fogalma, klasszikus kiszámítási módja.
* Mintavétel és valószínűség kapcsolata, alkalmazása.